

dr hab. inż. Paweł Lewiński

profesor Instytutu,

Zakład Konstrukcji Budowlanych, Geotechniki i Betonu,
Instytut Techniki Budowlanej

ul. Filtrowa 1, 00-611 Warszawa

Warszawa, 8 maja 2023 r.

Przyjęto
10/05/2023
WZIERAN
Wydziału Inżynierii Lądowej
prof. dr hab. inż. Andrzej Garbacz

WPLYNEŁO

Dnia 10.05.2023
257 2023

**Recenzja rozprawy doktorskiej mgr inż. Inez Kamińskiej
pt: „Modelowanie konstytutywne sprzężenia plastyczności i degradacji
sprężystej materiałów kruchych”**

1. Podstawa formalna opracowania recenzji

Podstawę opracowania recenzji stanowią:

- Pismo Przewodniczącego Rady Naukowej Dyscypliny Inżynieria Lądowa, Geodezja i Transport (WTBD.521.DR.235.2022) z dnia 8.03.2023 r., skierowane do mnie, informujące o powołaniu mnie przez Radę Naukową Dyscypliny na recenzenta rozprawy doktorskiej Pani mgr inż. Inez Kamińskiej pt: "Modelowanie konstytutywne sprzężenia plastyczności i degradacji sprężystej materiałów kruchych" (Uchwała nr 585/2022 z dnia 6.12.2022 r.),
- Uchwała nr 585/2022 Rady Naukowej Dyscypliny Inżynieria Lądowa i Transport z dnia 6.12.2022 r. w sprawie wyznaczenia recenzentów rozprawy doktorskiej Pani mgr inż. Inez Kamińskiej,
- Rozprawa doktorska Pani mgr inż. Inez Kamińskiej pt: "Modelowanie konstytutywne sprzężenia plastyczności i degradacji sprężystej materiałów kruchych", Politechnika Warszawska, Dyscyplina Naukowa – Inżynieria Lądowa, Geodezja i Transport, Dziedzina Nauk – Nauki Inżynieryjno-Techniczne, PW, Warszawa 2022 r.,
- Umowa o dzieło na recenzję doktorską zawarta pomiędzy Politechniką Warszawską, Wydziałem Inżynierii Lądowej, Aleja Armii Ludowej 16, 00-637 Warszawa a Pawłem Lewińskim, prof. Instytutu Techniki Budowlanej.

2. Przedmiot i zawartość rozprawy

Przedmiotem recenzji jest rozprawa doktorska Pani mgr inż. Inez Kamińskiej pt.: „Modelowanie konstytutywne sprzężenia plastyczności i degradacji sprężystej materiałów kruchych”, obejmująca zagadnienia dotyczące opracowania metody i przeprowadzenia analizy w zakresie konstruowania spójnego termodynamicznie modelu materiału sprężysto-plastycznego z uszkodzeniem w ramach teorii małych odkształceń. Opisane zostały badania doświadczalne betonu, które były podstawą do weryfikacji zaproponowanych modeli matematycznych. Zasadniczym celem rozprawy było opracowanie nowego modelu konstytutywnego betonu wraz z podaniem metody przyjmowania odpowiednich postaci funkcji dyssypacji i potencjału Helmholtza. W rezultacie Doktorantka uzyskała model konstytutywny, który może zostać uznany za odpowiedni do opisu materiałów kruchych, a w szczególności betonu. Zaproponowany model konstytutywny został skonstruowany przy wykorzystaniu potencjałów dyssypacji związanych z uplastycznieniem i z uszkodzeniem. Uzyskany model materiałowy otrzymano w wyniku analizy przeprowadzonej metodą krok po kroku, dochodząc do modelu końcowego etapami. Otrzymany ostatecznie model zawiera czteroparametrowy warunek plastyczności, a równocześnie uszkodzenia, niestowarzyszone prawo płynięcia oraz wykorzystuje energię swobodną Helmholtza zależną od trzech skalarnych parametrów uszkodzenia. Analiza ta wymagała przeprowadzenia rozważań w zakresie modelowania niesprężystych właściwości materiałów kruchych, wykorzystania zasad termodynamiki, wprowadzenia warunków plastyczności i potencjałów dyssypacji opisujących uplastycznienie betonu oraz modelowania procesów zachodzących w przypadku materiału uszkodzonego. Na tej podstawie opracowano model konstytutywny betonu uwzględniający równocześnie plastyczność i degradację sprężystą generowany dwoma potencjałami, a następnie poszukiwano rozwiązań analitycznych za pomocą oprogramowania matematycznego w zakresie nieliniowym, wraz z opracowaniem wyników i analizą porównawczą. Praca składa się z ośmiu rozdziałów, dwóch załączników i bibliografii.

Rozdział 1 stanowi wprowadzenie w problematykę pracy. W tej części rozprawy zawarto przegląd literatury dotyczący rozpatrywanego zagadnienia oraz metod matematycznych stosowanych w przypadku potencjałów energetycznych, takich jak transformacja Legendre'a, zarówno zwykła jak i osobliwa, a także badań doświadczalnych. Następna część tego rozdziału to postawienie problemu, w tym opis zagadnień dotyczących doboru potencjałów dyssypacji związanych z uszkodzeniem i uplastycznieniem oraz potencjału energetycznego. W dalszej części rozdziału przedstawiono zawartość rozprawy.

W rozdziale 2 zawarto opis właściwości mechanicznych betonu w celu wyodrębnienia podstawowych cech zachowania się materiałów kruchych na potrzeby konstruowania modeli konstytutywnych. Omówiono odpowiedzi betonu na obciążenia monotoniczne i cykliczne. Właściwości betonu opisane w tym rozdziale są na ogół dość dobrze znane. Na uwagę zasługują opisane w tym rozdziale eksperymenty dotyczące materiałów kruchych, które wskazują na odchyłkę kierunku przyrostu odkształcenia plastycznego od kierunku normalnej do powierzchni plastyczności. Na podstawie opisu zawartego w tym rozdziale wyszczególniono wymagane właściwości powierzchni granicznych oraz modelu materiałowego.

W rozdziale 3 przedstawiono metodykę konstruowania modelu materiałowego spójnego termodynamicznie, zgodnie z podstawami opisanymi w literaturze przedmiotu. Podane zostały I i II zasada termodynamiki oraz omówione procesy odwracalne i nieodwracalne. Następnie opisano potencjały termodynamiczne, w tym potencjały energetyczne; potencjał dyssypacji oraz funkcję plastyczności i uszkodzenia. Opisano często występujące w literaturze postaci funkcji dyssypacji i energii swobodnej Helmholtza w modelach materiałowych oraz zmienne wewnętrzne związane ze zjawiskami nieodwracalnymi. W celu zobrazowania kolejnych kroków metody podano schemat blokowy formułowania relacji konstytutywnej materiału hipersprężysto-plastycznego z uszkodzeniem.

W rozdziale 4 podano przykłady związków konstytutywnych zbudowanych na podstawie potencjałów Helmholtza i dyssypacji. W ten sposób zilustrowano sposób wykorzystania równań służących sformułowaniu termodynamicznie spójnych relacji konstytutywnych, przedstawionych wcześniej w rozdziale 3, na drodze testowania modeli jednowymiarowych i wielowymiarowych. W pierwszej kolejności przedstawiono relatywnie prosty model jednowymiarowy. Następnie przeanalizowano model trójwymiarowy sprzężony z potencjałami eliptycznymi i stowarzyszonym prawem płynięcia. Kolejnym zadaniem było uwzględnienie tam niestowarzyszonego prawa płynięcia, co zilustrowano przykładem obliczeniowym wraz z wykresami. Wreszcie pod koniec rozdziału opisano model niesprężony z potencjałami eliptycznymi oraz niestowarzyszonym prawem płynięcia.

Rozdział 5 poświęcony został wybranym potencjałom dyssypacji i sprzężonym z nimi warunkom plastyczności uwzględniającym dwa lub wszystkie trzy niezmienniki. Na początku opisano potencjały niezależne od kąta Lodego, takie jak warunek plastyczności Druckera-Pragera (DP) i wygładzony warunek DP, warunek o południku parabolicznym oraz warunek Misesa-Schleichera (MS). Następnie przedstawiono potencjały zależne od kąta Lodego, takie jak zmodyfikowany potencjał

dyssypacji odpowiadający wygładzonemu warunkowi plastyczności DP oraz zmodyfikowany potencjał dyssypacji odpowiadający warunkowi MS. Otrzymane warunki plastyczności porównano z danymi doświadczalnymi dostępnymi w literaturze. W dalszej części rozdziału wprowadzono niestowarzyszone prawo płynięcia i dwa potencjały dyssypacji: pierwszy z nich, osiowo symetryczny, odpowiadający wygładzonemu warunkowi Druckera-Pragera, zaś drugi - odpowiadający zmodyfikowanemu wygładzonemu warunkowi DP.

Rozdział 6 poświęcony jest z kolei modelowaniu konstytutywnemu betonu przy wykorzystaniu potencjałów energetycznych materiału sprężystego z uszkodzeniami, z uwzględnieniem doboru parametrów wewnętrznych. W rozprawie przyjęto opis za pomocą trzech parametrów skalarnych, w tym dotyczących rozciągania i ściskania. Trzeci parametr jest niezbędny w celu uwzględnienia np. ścinania czy anizotropii. Na początku podano postaci potencjałów Helmholtza i Gibbsa materiału sprężystego z uszkodzeniem izotropowym. Następnie przedstawiono własne propozycje w zakresie potencjałów Helmholtza i Gibbsa zależnych od trzech parametrów skalarnych, co zilustrowano graficznie. W dalszej części rozdziału podano w jawnej postaci potencjał dyssypacji w procesie degradacji własności sprężystych zależny od trzech wyżej wspomnianych parametrów skalarnych uszkodzenia, a następnie wynikające stąd równania ewolucji parametrów uszkodzenia. Następnie podano istotne w przypadku implementacji numerycznej tensory sztywności stycznej i siecznej. W dalszej kolejności model materiału kruchego poddano testom numerycznym wykorzystując program Wolfram Mathematica. Przeanalizowano najpierw jednoosiowe rozciąganie i jednoosiowe ściskanie, a następnie cykliczne jednoosiowe rozciąganie i ściskanie oraz mechanizmy powstawania rys w prezentowanym modelu. Wspomniana wyżej własna propozycja w zakresie potencjału energii swobodnej Helmholtza (zależnego od trzech parametrów) ma pewien mankament w postaci nieciągłości drugiej pochodnej względem tensora odkształcenia. W celu jego wyeliminowania zaproponowano modyfikację wcześniej zaproponowanej funkcji, co stanowi ostatnią część rozdziału 6. W tym przypadku również opracowano tensor sztywności stycznej, dokonując na końcu porównania obu postaci w/w potencjałów.

Rozdział 7 zawiera opis modelu konstytutywnego betonu stanowiącego scalenie modeli przedstawionych w rozdziałach 4, 5 i 6 (z pewnymi modyfikacjami). W ten sposób został sformułowany model materiałowy stanowiący cel rozprawy, zawierający relatywnie złożony opis konstytutywny zachowania się betonu, m.in. na potrzeby właściwego uwzględnienia przypadku obciążeń cyklicznych. Rozdział ten zawiera przegląd literatury dotyczącej potencjałów, opis interakcji uszkodzenia i plastyczności w potencjale dyssypacji, a następnie przedstawione zostały

podstawowe założenia i ogólny opis poszukiwanego modelu. Opis ten jest dość złożony i obejmuje kolejno: potencjał Helmholtza, naprężenie Cauchy'ego oraz naprężenia uogólnione; wzajemne relacje między niezmiennikami oraz wyrażenie naprężeń uogólnionych za pomocą niezmienników tensora naprężenia; potencjał dyssypacji oraz naprężenia dyssypatywne; warunki plastyczności i uszkodzenia oraz równania ewolucji zmiennych wewnętrznych w przestrzeni naprężeń dyssypacyjnych; warunek plastyczności i uszkodzenia oraz równania ewolucji zmiennych wewnętrznych w przestrzeni naprężeń uogólnionych; a ponadto parametry i funkcje materiałowe modelu. Następny podpunkt rozdziału 7 zawiera obliczenia testujące w następującym zakresie: test jednoosiowego ściskania, test cyklicznego jednoosiowego ściskania i rozciągania, a także podsumowanie analizy wpływu parametrów modelu na wyniki podstawowych testów. Następne części rozdziału 7 to uwzględnienie wzmocnienia lub mięknięcia materiału, procedura kalibracji modelu i test trójosiowego nierównomiernego ściskania. Podobnie jak w poprzednich rozdziałach, opracowano tensor sztywności stycznej mający znaczenie przy implementacji modelu w MES.

Rozdział 8 zawiera podsumowanie uzyskanych wyników i wnioski oraz opis zagadnień do dalszych badań, natomiast rozdział pt. Bibliografia – zestawienie literatury cytowanej w rozprawie. Rozprawa zawiera ponadto 2 załączniki dotyczące wybranych zagadnień matematycznych.

3. Ocena merytoryczna rozprawy

3.1. Ocena doboru tematu i postawionych celów

Rozprawa dotyczy ważnych zagadnień badawczych związanych z zagadnieniami mechaniki materiałów kruchych. Analiza matematyczna przeprowadzona w ramach pracy wskazuje na to, że przyjęta metoda umożliwia efektywne konstruowanie modeli konstytutywnych materiałów kruchych, takich jak beton, z uwzględnieniem sprzężenia plastyczności i degradacji sprężystej.

U podstaw koncepcji rozprawy znalazło się sformułowanie modelu materiałowego wykorzystującego dwa potencjały: potencjał sprężysto-plastyczności z degradacją (energia Helmholtza) i potencjał dyssypacji, z których można otrzymać poszukiwane równania konstytutywne, to jest warunki plastyczności i uszkodzenia, równania ewolucji zmiennych wewnętrznych w przestrzeni naprężeń, warunek zgodności i w końcu związku fizyczne materiału sprężysto-plastycznego uwzględniającego degradację, a na tej podstawie tensor sztywności stycznej (w celu

numerycznej implementacji modelu). Celem rozprawy było takie sformułowanie równań opisujących zachowanie się materiału kruchego, że *a priori* spełnione są I i II zasada termodynamiki. Jest to relatywnie nowe podejście, którego zasadnicze podstawy powstały po roku 2000 i zostały sformułowane w cyklu publikacji Houlsby'ego i jego współpracowników, co opisano wraz z odpowiednimi powołaniami na str. 18 rozprawy. Tematyka rozprawy jest więc aktualna, ponieważ brakuje w literaturze wystarczająco ścisłych metod prowadzących do uzyskania związków fizycznych materiału sprężysto–plastycznego uwzględniającego degradację opartych na tak przyjętych założeniach. Na przykład w dostępnych publikacjach postaci potencjałów są niezależne od kąta Lodego albo nie spełniają innych warunków niezbędnych do poprawnego modelowania zagadnień mechaniki materiałów kruchych. Stąd temat podjęty przez Doktorantkę jest ważny i w pełni wpisuje się w potrzeby formułowania tak konstruowanych równań konstytutywnych, w sposób zapewniający opis materiałowy bliższy wynikom badań, a tym samym wychodzi naprzeciw aktualnej problematyce badawczej.

Biorąc powyższe pod uwagę, ważną pozytywną cechą rozprawy jest postawienie przez Doktorantkę ambitnych celów, które zostały osiągnięte nie tylko na drodze samych analiz teoretycznych, ale także na drodze porównania wyników obszernych i wnikliwych obliczeń wspomaganych nowoczesnym oprogramowaniem (np. Wolfram Mathematica) z wynikami badań eksperymentalnych oraz rozważań teoretycznych zaczerpniętych z literatury. Jasność przedstawionych zagadnień i konsekwentne dążenie do postawionych celów świadczy o bardzo dobrym rozpoznaniu tematyki przez Autorkę rozprawy (charakteryzuje to obszerny przegląd stanu wiedzy, który dotyczy zagadnień ściśle i bezpośrednio związanych z rozprawą). Autorka rozprawy jest bardzo dobrze przygotowana do prowadzenia dalszych, być może jeszcze ambitniejszych badań naukowych i wykazała się dobrą znajomością rozwiązywania trudnych zagadnień związanych z obliczeniami skomplikowanych pod względem opisu konstytutywnego równań, zwłaszcza w zakresie pokrytycznym i cyklicznym.

Reasumując ten fragment recenzji uważam, że podjęty przez Doktorantkę temat pracy zasługuje na pozytywną ocenę, bo jest on aktualny tak z poznawczego jak i z inżynierskiego punktu widzenia.

3.2. Ocena przeglądu stanu wiedzy i sposobu jej wykorzystania

W opisie stanu wiedzy przywołano literaturę zagraniczną i krajową (94 pozycje), w tym normę zharmonizowaną dotyczącą betonu nr PN-EN 206.

W analizie stanu wiedzy trafnie wskazano, że dotychczasowe metody

modelowania betonu wykorzystują jeden lub dwa parametry skalarne oraz funkcje zakładające podział składowych tensora naprężenia na części dodatnie i ujemne. Funkcja zaproponowana w rozprawie implikuje podział energii na część objętościową i postaciową, ale w odróżnieniu od wielu propozycji z literatury, dzięki wprowadzeniu członu niekwadratowego możliwe było rozgraniczenie stanów ściskania i rozciągania, przy jednoczesnym zachowaniu ciągłości pierwszej pochodnej potencjału Helmholtza po tensorze odkształcenia. To umożliwiło sformułowanie energii swobodnej Helmholtza w postaci zależnej od trzech parametrów uszkodzenia.

Również sposób połączenia członów potencjału dyssypacji związanych z uszkodzeniem i plastycznością został oparty częściowo na metodach znanych z literatury, ale został przekształcony do takiej postaci, że uwzględniono trzeci niezmiennik (jako kąt Lodego), dzięki czemu w sformułowaniu potencjału można było zastosować funkcję Ottosena.

Powyższe przykłady świadczą o twórczym wykorzystaniu w rozprawie aktualnego stanu wiedzy.

3.3. Ocena wartości naukowej pracy

Podsumowując ocenę merytoryczną rozprawy, za najważniejsze oryginalne osiągnięcia naukowe Doktorantki można uznać, co następuje.

1. Przedstawienie sposobu wyprowadzenia dualnych warunków plastyczności przy danej dyssypacji, związanej z rozwojem odkształceń plastycznych, z uwzględnieniem funkcji kształtu Ottosena. W rozdziale 5 przedstawiono przykłady wyprowadzenia potencjałów zależnych od kąta Lodego, takie jak np. zmodyfikowany potencjał dyssypacji odpowiadający wygładzonemu warunkowi plastyczności DP czy zmodyfikowany potencjał dyssypacji odpowiadający warunkowi MS, co opisano powyżej w p. 2. Zaproponowano oryginalny czteroparametrowy warunek plastyczności i uszkodzenia o przekroju południkowym przypominającym hiperbolę i o przekroju dewiatorowym zbliżonym do trójkątnego.
2. Uzyskanie energii swobodnej Helmholtza zależnej od trzech parametrów uszkodzenia, co opisano powyżej w p. 3.2.
3. Sformułowanie potencjału dyssypacji ze sprzężeniem uszkodzenia i plastyczności, w którym uwzględniono trzeci niezmiennik jako kąt Lodego, co również opisano powyżej w p. 3.2.
4. Uzyskanie fizycznej interpretacji wprowadzonych trzech parametrów uszkodzenia. Elementem oryginalnym jest parametr uszkodzenia izotropowego, który można

wyznaczać w teście czystego ścinania, a współczynnik $(1 - d)$ skaluje pierwotny moduł odkształcalności postaciowej materiału. W literaturze można znaleźć podobne interpretacje, ale dotyczące mniejszej liczby parametrów uszkodzenia.

5. Sformułowanie modelu materiału sprężystego z uszkodzeniem. Sposób konstruowania tego modelu przedstawiono w rozdziale 6, co z kolei opisano powyżej w p. 2.
6. Sformułowanie ogólnego modelu konstytutywnego materiału kruchego z uwzględnieniem sprężysto-plastyczności i uszkodzenia. Sposób konstruowania tego termodynamicznie spójnego modelu przedstawiono w rozdziale 7, co z kolei opisano powyżej w p. 2.
7. Opracowanie graficzne symulacji komputerowych deformacji i niszczenia betonu, które umożliwiły kompletny, nowatorski, opis zachowania się tego materiału w procesie osiągnięcia nośności granicznej, a następnie w zakresie pokrytycznego osłabienia, prowadzącego do realizacji mechanizmu zniszczenia. W ramach tych symulacji uzyskano opis narastających, także cyklicznie naprężeń i odkształceń, jak również zarysowania i miażdżenia betonu w kolejnych krokach obciążenia i odciążenia. W końcowej części rozprawy wyprowadzono i odpowiednio oprogramowano zależności analityczne warunkujące opis konstytutywny właściwości betonu, w celu późniejszego uwzględnienia w sposób właściwy różnych cykli obciążeniowych przy założeniu nieliniowego, wieloparametrowego modelu betonu z uwzględnieniem osłabienia po przekroczeniu określonych odkształceń granicznych przy rozciąganiu oraz wzmocnienia po przekroczeniu odkształceń przy ściskaniu odpowiadających uplastycznieniu, co porównywano z wynikami badań uzyskując zadawalającą zgodność.
8. Oryginalnym elementem jest także opracowanie własnej metodyki badań analitycznych i zrealizowanie tego algorytmu przy zastosowaniu nowoczesnych narzędzi informatycznych, wraz z zastosowaniem rozbudowanej i czytelnej grafiki komputerowej.

Treść rozprawy dowodzi wysokich kompetencji Doktorantki w zakresie mechaniki ośrodków ciągłych i nowoczesnych metod matematycznych wspomaganých komputerem. Dotychczasowy dorobek Autorki w postaci 11 publikacji w bazie Scopus świadczy o jej dużych umiejętnościach dotyczących publikowania artykułów w znanych czasopismach naukowych oraz uczestnictwa w prestiżowych konferencjach naukowych.

4. Inne uwagi o pracy

4.1. Uwagi do przeglądu stanu wiedzy i wyników badań doświadczalnych

Rozprawa zawiera obszerny i aktualny opis stanu wiedzy, w którym przywołano liczne pozycje literatury zagranicznej i krajowej. Pomimo to zakres tej analizy bibliograficznej wywołuje u recenzenta pewien niedosyt. Przykładowo w rozprawie nie wspomniano o warunku stanu granicznego w postaci powierzchni Willama - Warnkego (np. [1], [2]), który jest najprawdopodobniej najczęściej cytowanym kryterium w literaturze zagranicznej i krajowej, a ponadto zgodnym z wynikami badań betonu. Jeśli chodzi o autorów krajowych, to pominięto np. pracę A. Wosatko [3], w której zaimplementowany został termodynamicznie spójny model betonu typu Gradient Damage, w którym energia swobodna Helmholtza została uzależniona od tensora odkształcenia, zastępczej miary odkształcenia i gradientu tej zmiennej oraz od skalarnego parametru uszkodzenia. Jeśli chodzi o starsze prace, to w pracy doktorskiej zacytowano wprawdzie rozprawę Klisińskiego i Mroza [4], ale nie uwzględniono wcześniejszej o 4 lata pracy Klisińskiego [5]. W recenzowanej pracy rozprawę [4] zacytowano w kontekście badań betonu, podczas gdy obie prace są ciekawe również z innych względów. Niedosyt wywołuje właśnie brak analizy krytycznej tych prac. Krytycznej z tego względu, że – odwrotnie niż w recenzowanej rozprawie i w sposób niezrozumiały dla recenzenta – powierzchnię degradacji sprężystej D określono na podstawie (otwartej) powierzchni granicznej betonu, a powierzchnię plastyczności F przyjęto w postaci (zamkniętej) elipsoidy. Jest to niezrozumiałe, gdyż jak pisze sama Autorka rozprawy, przy pominięciu degradacji sprężystej powinniśmy otrzymać klasyczny model sprężysto-plastyczny betonu (z niestowarzyszonym prawem płynięcia). Jeśli jednak porównamy same powierzchnie graniczne betonu, to zauważymy zaskakujące podobieństwa. W przypadku płaskiego stanu naprężenia obwiednie graniczne betonu zostały przedstawione w pracach [4] i [5] na rysunkach, odpowiednio, nr 6.10 i 5.16, natomiast w recenzowanej rozprawie na rysunkach, odpowiednio, nr 5.12, 5.16 (niezamierzona zgodność numeracji) i 7.28. Pewne niezgodności z wynikami badań w PSN dotyczą, jak pisze sama Autorka rozprawy, przypadków nierównomiernego dwukierunkowego ściskania oraz rozciągania. Na podobny problem natrafiali także inni autorzy, z czego może wynikać wniosek, że zapewnienie spójności termodynamicznej i uzyskanie spójności empirycznej nie zawsze idą ze sobą w parze.

Uwagi recenzenta do omówienia wyników badań doświadczalnych nie są uwagami krytycznymi w stosunku do samej rozprawy, gdyż nie jest to praca o charakterze empirycznym, ale pewne aspekty tych badań wymagają dyskusji. W

rozdziale 2 rozprawy na str. 32 znajduje się następujące warte uwagi zdanie: „Często zakłada się, że osiągnięcie f_T przy rozciąganiu jest równoważne ze zniszczeniem, jednak zgodnie z pokazanymi wykresami, istnieje faza pokryteczna.” Pozornie może się wydawać, że zdanie to zawiera dwa stwierdzenia, które wzajemnie się wykluczają. Tak jednak nie jest, gdyż zachowanie się betonu zależy od sposobu i prędkości obciążenia. Zagadnienie to zostało częściowo wyjaśnione w rozprawie doktorskiej D. A. Hordijka [6] na str. 6 (rys. 2.1). Tytuł tego rysunku to schematyczne przedstawienie zachowania się betonu w testach rozciągania (a) sterowanych siłą i (b) sterowanych przemieszczeniem. Na rys. 2.1a) niemal liniowa krzywa siła-przemieszczenie kończy się kruchym pęknięciem, a na rys. 2.1b) krzywa ta po osiągnięciu wytrzymałości na rozciąganie wykazuje fazę pokryteczną, w której krzywa siła-przemieszczenie spada do zera. Gwoli ścisłości należałoby dodać, że pewną ciągliwość betonu i opadającą ścieżkę krzywej pokrytecznej można uzyskać w ściśle określonych warunkach w wysoko zaawansowanych technologicznie laboratoriach, zapewniając nie tylko przemieszczeniowy sposób obciążenia, ale także tłumienie mikrodrgań powstających w procesie mikropęknięcia betonu rozciąganego i zachowując prędkość obciążenia w ściśle określonym przedziale. Na potrzeby recenzji ten typ zachowania się betonu oznaczono literą A (akademicki). W budownictwie, gdzie podstawowe obciążenia pochodzą od sił grawitacyjnych, obciążenia wiatrem, hamowania suwnicy czy sił bezwładności, takie warunki oczywiście nie zachodzą i krzywa siła-przemieszczenie kończy się kruchym pęknięciem. Na potrzeby recenzji ten typ zachowania się betonu oznaczono literą B (budowlany). Wielokrotnych cykli sprężysto-plastycznych obciążenia i odciążenia w takim przypadku oczywiście nie da się uzyskać. Wracając do omawiania wyników badań doświadczalnych, które opisane zostały w rozdziale 2, widzimy, że przebieg testów pokazanych na rysunkach 2.2 i 2.3 dotyczy zachowania się betonu typu A. Sterowanie siłowe w fazie pokrytecznej nie jest możliwe także przy innych obciążeniach, niż osiowe rozciąganie.

4.2. Uwagi redakcyjne

4.2.1. Uwagi redakcyjne w odniesieniu do tekstu rozprawy

Tekst rozprawy jest opracowany bardzo starannie i napisany został dobrym językiem polskim, ale zawiera pewną ilość niezbyt gramatycznych sformułowań lub innych usterek. Tego typu usterki stwierdzono m.in. na następujących stronach rozprawy:

- str. 29 – środek: jest „jednoosiowe rozciąganie”, powinno być „ T - jednoosiowe rozciąganie”,

- str. 32 – u dołu: jest „ $0,05 \div 0,01 f_C$ ”, powinno być „ $0,05 \div 0,1 f_C$ ”,
- str. 77 – u dołu: jest „– nie ma znaczenia więc znaczenia czy różniczkowanie wykonamy na $F \dots$ ” (niepotrzebne powtórzenie)
- str. 79 – u dołu: jest „zastosowanie algorytmu z rys. 4.3”, powinno być „zastosowanie algorytmu z rys. 3.3”,
- str. 80 – u dołu: jest „energia swobodna Helmholtza (4.11)”, powinno być „energia swobodna Helmholtza (4.1)”,
- str. 85 – u dołu: jest „są parametrami materiałowymi połączonymi zależnością (4.80)” – nie ma takiej zależności.
- str. 85 – u dołu: jest „ $k(\varepsilon, \varepsilon_p, d)$ jest zdefiniowana przez (4.25)”, powinno być „ $k(\varepsilon, \varepsilon_p, d)$ jest zdefiniowana przez (4.15)”,
- str. 111 – u góry: jest „która jest zamieszczona w tab. 5.3”, powinno być „która jest zamieszczona w tab. 5.3”,
- str. 114 – u dołu: jest „Sposób postępowania”, powinno być „Sposób postępowania”,
- str. 139 – środek: jest „przed przyłożeniem zewnętrznym obciążeń”, powinno być „przed przyłożeniem zewnętrznych obciążeń”,
- str. 139 – u dołu: jest „w stanach ściskania i stanami rozciągania”, powinno być „w stanach ściskania i stanach rozciągania”,
- str. 143 – u góry: jest „ \mathbf{D} jest tensorem sztywności”, – na str. 140 jest to „tensor podatności”,
- str. 143 – środek: jest „w modelu Murakamiego i Kamiyi (1996):”, powinno być „w modelu Murakamiego i Kamiyi (1997):”,
- str. 153 – u góry: jest „Z tego względu przyjmiemy jeden z warunków warunków rozpatrywanych w rozdziale 5,” (niepotrzebne powtórzenie),
- str. 177 – u góry: jest „Funkcję Gibbsa można łatwo wyznaczyć z transformacji Legendre’a, jednak ze względu na długość wzoru wynikowego, nie podajemy ostatecznej postaci tej funkcji, funkcja $p(\xi)$ określona jest wzorem (6.137).” To zdanie jest niepoprawne merytorycznie.
- str. 194 – środek: jest „funkcja dyssypacja związana z uszkodzeniem”, powinno być „funkcja dyssypacji związana z uszkodzeniem”,
- str. 248 – u góry: jest „ (ξ_p, r_p, θ_p) będą analogicznymi niezmiennikami σ_p (naprężenie uogólnione związane z plastycznością), a (ξ_p, r_p, θ_p) będą walcowymi niezmiennikami $\bar{\sigma}_p$ (naprężenie dyssypatywne związane z plastycznością).” – brak rozróżnienia niezmienników.
- str. 249 – u dołu: jest „Układ, którego osie to $(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3)$ nazywa się układem Haigha-Westergaarda”, powinno być „Układ, którego osie to (ξ, r, θ) nazywa się układem Haigha-Westergaarda”.

- str. 261 – u dołu: jest „Murakami S., Kamiya K.: *Constitutive and damage evolution* (...) (1996)”, powinno być „Murakami S., Kamiya K.: *Constitutive and damage evolution* (...) (1997)”.

4.3.2. Uwagi redakcyjne do wzorów matematycznych i rysunków

4.3.2.1. Uwagi do rysunków

1. Na wielu rysunkach brakuje oznaczeń osi pionowych. Dotyczy to następujących rysunków: w rozdziale 6 rysunków nr 6.5, 6.8 i 6.9, a w rozdziale 7 rysunków nr 7.13, 7.19, 7.24, 7.25, 7.29, 7.31, 7.32 i 7.33.
2. Na rysunku 3.3 w bloku „hipoteza ortogonalności” znaki typu makron (kreski nad symbolami naprężeń) uległy przesunięciu i stały się niewidoczne, co spowodowało, że hipoteza ortogonalności stała się nieczytelna.
3. Niektóre rysunki są mylące, ponieważ przestrzenne modele materiałowe pokazane po prawej stronie wskazują na odrębny kształt południka ściskania i południka rozciągania, a z przekrojów pokazanych po lewej stronie to nie wynika. Dotyczy to następujących rysunków: 5.9 i 5.13.

4.3.2.2. Uwagi do wzorów matematycznych

1. Str. 230, wzór $\eta_0\sigma_{TC0}$ w zadaniu „ $\eta_0\sigma_{TC0}$ jest początkową granicą plastyczności /uszkodzenia w trójosiowym nierównomiernym ściskaniu” jest błędny. Powinno być samo σ_{TC0} lub $\eta_0\sigma_0$.
2. str. 233 – środek: jest „ $\alpha_{BC} = \sigma_{BC}/\sigma_{BC}$ ”, a powinno być „ $\alpha_{BC} = \sigma_{BC}/\sigma_C$ ”,
3. str. 233 – środek: jest „ $\eta_0\sigma_{TC0} = \eta_0\sigma_0$ ”, a powinno być „ $\sigma_{TC0} = \eta_0\sigma_0$ ”,
4. str. 252 – tekst u góry: „tensor krzywizny \mathbf{K} obliczony według wzoru (B.2)”. To stwierdzenie wymaga pewnego komentarza, bo nie jest to tensor krzywizny Riemanna-Christoffela. Jest to macierz Hessego, która przy spełnieniu odpowiednich reguł transformacji będzie tensorem.
5. Na stronach 143 i 184 znajdują się wzory matematyczne wymagające komentarza. Wyrażenia na potencjał Helmholtza i Gibbsa zostały przedstawione jako kombinacje liniowe niezmienników i generatorów, gdzie (str. 184) podano, że Vilppo i in. [7] proponują funkcję Gibbsa zbudowaną na tej samej bazie niezmienników, którą proponują m.in. Murakami i Kamiya [8]. Przydałoby się wyjaśnienie, że ta zbieżność nie jest przypadkowa, ponieważ najbardziej ogólne postacie materialnie obiektywnych funkcji tensorowo-nieliniowych powstają na podstawie liniowych kombinacji elementów nieredukowalnych baz niezmienników i generatorów, co z kolei wynika z teorii reprezentacji funkcji tensorowych, a nie np. z intuicji naukowej poszczególnych autorów. Na to, co jest źródłem takiego sposobu postępowania wskazuje już samo nazwisko Murakami, którego wspólne

prace z A. Sawczukiem [9, 10] wytyczały swego czasu sposób formułowania nieliniowych równań konstytutywnych. Jednak nieco niżej na str. 143 znajduje się stwierdzenie, że „W ogólności w postaci funkcji nie wyklucza się też składników wyższego stopnia”. To z kolei może budzić pewne zdziwienie, ponieważ na mocy twierdzenia Cayleya-Hamiltona wszystkie składniki wyższego stopnia są eliminowane w ten sposób, że każdą potęgę tensora można przedstawić w postaci tensorowego trójmianu kwadratowego, którego elementami jest tensor jednostkowy, rozpatrywany tensor i jego druga potęga.

6. Materia rozprawy jest bardzo złożona, stąd nieuniknione jest pojawienie się miejsc niejasnych wyprowadzeń wzorów. Takie miejsce to na przykład tekst wyprowadzenia na stronie 188 u góry. "Wprowadzając oznaczenia (...) (7.18) relacje (7.16) można przedstawić jako (...) (7.19)." Niestety z punktu widzenia czytelnika nie można, bo jest po temu za mało informacji. Takich miejsc w rozprawie jest oczywiście dużo więcej i opisywanie wszystkich takich przypadków nie miałoby sensu.

4.3. Uwagi recenzenta co do kierunków dalszych badań

W rozprawie kierunki dalszych badań sformułowano na stronach 243 – 245 i nie budzą one większych zastrzeżeń. Nasuwają się w tym zakresie jedynie trzy uwagi.

1. Uwaga do p. 2, w którym czytamy: „Rozwiązaniem tego problemu jest przyjęcie ν jako funkcji parametrów uszkodzenia lub założenie zawyżonej początkowej wartości ν , szczególnie jeśli większość badanego zakresu obciążeń jest związana z uplastycznieniem i degradacją”. W tym przypadku należy mieć na uwadze, że w betonie może wystąpić opisane w rozprawie zjawisko dylatacji, podczas gdy w ośrodkach nieściśliwych efekt Kelvina nie ma miejsca.
2. Uwaga do p. 4, w którym czytamy: „W modelach o porównywalnej złożoności zwykle wartości części parametrów przyjmowane są na podstawie rekomendacji.” Podobne stwierdzenia można znaleźć także w zasadniczym tekście rozprawy. Takie podejście nie budzi zastrzeżeń, ale po przeprowadzeniu pierwszych analiz warto dokonać kalibracji modelu w sposób zalecany w prenormie [11], w której podane tam miary pełzania i skurczu można zaopatrywać we współczynniki poprawkowe wyznaczone na podstawie minimum sumy kwadratów różnic pomiędzy oszacowaniem modelu a wynikami eksperymentalnymi, co powinno poprawić zgodność ilościową wyników otrzymywanych według modeli z wynikami badań.
3. Uwaga do p. 5, w którym czytamy, że: „kolejnym krokiem badań jest

zaimplementowanie modelu w programie Abaqus. Służyłoby to przede wszystkim określeniu słabych stron modelu, szczególnie trudności numerycznych”, co ułatwia wyznaczenie zastępczego tensora sztywności. Z tym należy się zgodzić, ale wykorzystywanie uzyskanych modeli w obliczeniach konstrukcji byłoby chyba jeszcze przedwczesne z kilku powodów. Po pierwsze modele konsystentne termodynamicznie, jak wspomniałem wcześniej, niekoniecznie muszą być konsystentne empirycznie, a po drugie obliczenia konstrukcji żelbetowych wymagają poprawnego sformułowania modelu zjawiska znanego jako „tension stiffening” (*TS*), co jest zagadnieniem samym w sobie, co pokrótce wyjaśnię. Do zamodelowania tego zjawiska dość często wykorzystuje się modele ścieżki pokrytycznej w betonie rozciągany (np. na podstawie mechaniki pękania), co jest może poprawne od strony modelu mechanicznego, ale nie opisuje właściwie tego zjawiska. Tego typu model ignoruje fakt, że zjawisko *TS* nie działa w całym przekroju zarysowanym, a jedynie w strefie zbrojenia, a przy braku zbrojenia w betonie rozciągany zjawisko to w ogóle nie występuje. Przy opisie zjawiska *TS* mamy do dyspozycji jeszcze wzory normowe podawane w starszych i nowszych normach projektowania. W tych pierwszych normach relacje naprężeń w chwili zarysowania do naprężeń aktualnych występują w pierwszej potęgze (takie założenie przyjmuje np. Häussler-Combe [12]), a w nowszych normach w drugiej potęgze, ale ich sumaryczny wpływ na naprężenia w stali jest podobny. Pomimo wykorzystania do wyprowadzenia tych wzorów równań równowagi, są to wzory półempiryczne, nie mające solidnych podstaw w mechanice. Najlepsze podejście polegałoby na analizowaniu naprężeń przyczepności zbrojenia do betonu (a także utraty tej przyczepności), co stanowi odrębne, złożone zagadnienie. Ponadto należy mieć na uwadze, że sam program Abaqus może dawać nieprecyzyjne wyniki, czemu poświęcane były całe konferencje metod komputerowych w mechanice. Co się tyczy samej implementacji zastępczego tensora sztywności w tym systemie, to nie powinna ona sprawić zbyt dużych kłopotów, natomiast w treści rozprawy znaleźć można cały szereg równań konstytutywnych tensorowo-nieliniowych, których implementacja numeryczna zapewne natrafiłaby na znaczne trudności.

4. Zdaniem recenzenta w dalszych badaniach celowe wydaje się przeanalizowanie możliwości uwzględnienia wpływu prędkości odkształcenia.

4.4. Literatura cytowana w punkcie 4

1. Willam, K. J. & Wranke, E. P., Constitutive model for the triaxial behavior of concrete, *Int. Ass. For Bridge and Struct. Eng., Seminar on concrete structures subjected to triaxial stresses*, Bergamo 1974.
2. Menétrey, Ph., Willam, K. J., Triaxial failure criterion for concrete and its generalization, *ACI Journal*, Vol. 92, May – Jun 1995, pp. 311-318.
3. Wosatko A., Survey of Localizing Gradient Damage in Static and Dynamic Tension of Concrete, *Materials* 2022, 15, 1875, <https://www.mdpi.com/1996-1944/15/5/1875>.
4. Klisiński M., Mróz Z., Opis niesprężystych deformacji i uszkodzenia betonu, Politechnika Poznańska, Rozprawy, Nr 193, Poznań 1988.
5. Klisiński M., Degradacja i odkształcenia plastyczne betonu, Prace IPPT, Warszawa 1984, https://rcin.org.pl/Content/958/PDF/WA727_7623_56985-38-1984_Degradacja-i-odksz.pdf.
6. Hordijk D. A., Local approach to fatigue of concrete, Thesis TU Delft, 210, W. D. Meinema, Delft. 1991.
7. Vilppo J., Kouhia R., Hartikainen J., Kolari K., Fedoroff A., Calonius K., Anisotropic damage model for concrete and other quasi-brittle materials, *International Journal of Solids and Structures*, 225, 111048, 2021
8. Murakami S., Kamiya K.: Constitutive and damage evolution equations of elastic-brittle materials based on irreversible thermodynamics, *International Journal of Mechanical Sciences*, 39(4), 473-486 (1997)
9. Murakami S., Sawczuk A., A unified approach to constitutive equations of inelasticity based on tensor function representations, *Nuclear Engineering and Design*, Volume 65, Issue 1, May 1981, pp. 33-47,
10. Murakami S., Tensor function approach to constitutive equations of inelasticity, 5th International Conference on Structural Mechanics in Reactor Technology, Transactions, Vol. 12, L1/4, 1979.
11. prEN 1992-1-1:2018 (Draft D3). Eurocode 2: Design of Concrete Structures - Part 1-1: General rules, rules for buildings, bridges and civil engineering structures. CEN, Brussels, 2018.
12. Häussler-Combe U.. Computational Methods for Reinforced Concrete Structures, Wiley-VCH Verlag GmbH, D-69451 Weinheim (Niemcy), 2014.

5. Wniosek o wyróżnienie rozprawy doktorskiej

Biorąc pod uwagę ocenę wartości naukowej pracy zawartą w niniejszej recenzji w p. 3.3 składam wniosek o wyróżnienie rozprawy doktorskiej mgr inż. Inez Kamińskiej. Uzasadnienie wniosku jest następujące. Recenzowana rozprawa zawiera cały szereg oryginalnych osiągnięć naukowych, które wyszczególniono w p. 3.3 niniejszej recenzji. Poziom naukowy rozprawy jest bardzo wysoki, a wyniki zostały zilustrowane wysokiej jakości grafiką. Dorobek publikacyjny Doktorantki to m.in. 11 pozycji w bazie Scopus. Spośród czterech dotychczas recenzowanych prac doktorskich przez autora obecnej recenzji, obecna rozprawa doktorska jest bez wątplenia najbardziej wartościowa.

6. Wnioski końcowe

Opiniowana rozprawa doktorska Pani mgr inż. Inez Kamińskiej pt: „Modelowanie konstytutywne sprzężenia plastyczności i degradacji sprężystej materiałów kruchych” rozwiązuje sformułowane w tezie pracy oryginalne zadanie naukowe, dotyczące zagadnienia uściślenia metod modelowania konstytutywnego materiałów o cechach sprężystych, plastycznych i kruchych, takich jak beton, w postaci spójnej termodynamicznie. Modele materiałowe opisujące zjawisko odkształceń cyklicznych z uwzględnieniem uplastycznienia i degradacji sprężystej betonu wyprowadzono na podstawie znajomości dwóch opracowanych potencjałów: Helmholtza i dyssypacji, a więc przy zastosowaniu zależności zapewniających *a priori* spełnienie praw termodynamiki. Zarówno metodyka rozwiązywania zagadnień naukowych, jak i opracowane wnioski mają bardzo wysokie walory naukowe i poznawcze, a z drugiej strony wynika z nich szereg istotnych wniosków praktycznych.

Autorka pracy wykazała się wysokimi umiejętnościami w zakresie prowadzenia analiz teoretycznych i komputerowych. Doktorantka otrzymała oryginalne wyniki z tych badań, przeanalizowała je, krytycznie oceniła i wyciągnęła trafne wnioski. Świadczy to o jej predyspozycjach i odpowiednim przygotowaniu do samodzielnego prowadzenia prac badawczych.

Uwagi redakcyjne wymienione w punkcie 4. nie umniejszają w najmniejszym stopniu wartości naukowej rozprawy, która wnosi w przedmiotowym temacie istotny wkład w rozwój wiedzy w dyscyplinie inżynieria lądowa, geodezja i transport.

Biorąc powyższe pod uwagę stwierdzam, iż recenzowana rozprawa spełnia wymogi odnoszące się do prac doktorskich zawarte w Ustawie Prawo o szkolnictwie wyższym i nauce (tekst jednolity w obowiązującym brzmieniu) z dnia 20 lipca 2018 roku (Dz. U. poz. 1668) i stawiam wniosek o dopuszczenie rozprawy Pani mgr inż. Inez Kamińskiej do publicznej obrony.

